

Trabajo para ALAMI.

Título: Un enfoque sistémico del Calculo Integral para la enseñanza en la carrera de Ingeniería Informática.

Autor: MSc Reinaldo Sampedro Ruiz

E-mail: [reinaldo.sampedro@reduc.edu.cu](mailto:reinaldo.sampedro@reduc.edu.cu)

[reinaldosampe@yahoo.es](mailto:reinaldosampe@yahoo.es)

Institución Universidad de Camaguey

País: Cuba

Resumen:

En el presente trabajo se aplica la concepción sistémico dialéctica a la teoría de integración con el tratamiento del concepto de integral, una de las componentes del sistema propuesto para el desarrollo de toda la teoría del Cálculo Integral. Se busca la contradicción dialéctica de dicha teoría (fuente motriz del desarrollo de la misma) que es la que se establece entre los conceptos de derivación y de integración indefinida, aplicándola a la estructuración del contenido y a la formalización de éste y del enfoque estructural y funcional anteriormente referido; y por último se aplica dicha contradicción para desentrañar la esencia del objeto de estudio (Teoría de Integración), o lo que es lo mismo, la célula de éste, que no es más que la integral definida. Se muestra también como la aplicación simultánea y dialéctica de los tres enfoques referidos (estructural y funcional, contradicción dialéctica y genético), logra un efecto superior a la aplicación aislada de cada uno de ellos.

Un enfoque sistémico del cálculo integral para la enseñanza en la carrera de ingeniería informática.

La Educación Superior enfrenta en este nuevo siglo el reto de preparar profesionales cada vez más competentes, capaces de dar solución, de forma creativa, a los nuevos problemas que se presenten en su esfera de actuación. El sistema educativo cubano está actualmente inmerso en profundas transformaciones, desde la Enseñanza Primaria hasta la Universidad.

Por esta razón el trabajo está encaminado a perfeccionar cada día la enseñanza de la matemática desde la enseñanza primaria hasta la universitaria. .

El enfoque estructural - funcional introducido por Z. A. Reshetova, describe al objeto de estudio en su totalidad y de forma parcialmente acabada como un sistema, destacándose su composición y estructura (sus componentes y la interrelación tanto estática como dinámica que entre ellas se establece). Las características estructurales funcionales en cada nivel de sistematicidad se denominan INVARIANTES DEL SISTEMA. En este enfoque el profesor presenta a los estudiantes el invariante del sistema en conferencias, y el resto del tiempo, mediante no solo el desarrollo de la necesaria sistematización de los conocimientos y habilidades tratados, sino también mediante la aplicación de dicha invariante por parte de los estudiantes con la mínima ayuda del profesor. Los enfoques sistémicos constituyen una necesidad en la pedagogía actual, permiten integrar, diferentes teorías, bajo un mismo núcleo teórico. Por otra parte, el presentar el conocimiento con una estructura concreta contribuye al logro de una mayor solidez de los conocimientos a asimilar, además, como se localiza y restringe la esencial información que el docente debe transmitir al estudiantado, se abren espacios al desarrollo de la creatividad y el pensamiento de éste, fundamentalmente cuando tienen que realizar la derivación de la teoría y sus aplicaciones y se les pone ante la tarea de resolver problemas productivos y creativos.

La Dra. H. Hernández desarrolló el enfoque estructural - funcional del concepto de integral para el tratamiento de la integral definida, múltiple, de línea y de

superficie, en el que este concepto se presenta como un sistema cuyas componentes son:

- 1.- Partición del dominio de integración;
- 2.- Selección de un punto arbitrario en cada elemento de la partición;
- 3.- Formación de las sumas integrales ;
- 4.- Paso al límite cuando la norma de la partición tiende a cero.

En los trabajos referidos por esta autora se revela como aplicar dicho invariante a las distintas variantes (integral definida, doble, triple, de línea y de superficie).

En este trabajo al igual que R. García Blanco y otros extenderemos el enfoque estructural funcional, no sólo al concepto de integral, sino a toda la teoría del Cálculo Integral (en una y varias variables), siendo el referido concepto de integral, una componente del sistema por nosotros propuesto.

Emplearemos la concepción sistémica dialéctica de la estructuración del contenido, lo cual nos conduce no sólo a la aplicación del enfoque estructural funcional, sino también a la determinación de la célula y de la contradicción dialéctica del objeto de estudio.

En nuestra propuesta de enfoque estructural funcional del tratamiento del Cálculo Integral, éste será tratado en primera instancia en el desarrollo de la teoría de la Integral Definida, y con posterioridad se irá generalizando dicho enfoque de invariante por el propio estudiantado y se aplicará al desarrollo de las restantes variantes (integral doble, triple, de línea, y de superficie). A

continuación describiremos nuestro invariante y la lógica de su aplicación a las distintas variantes descritas.

Componentes relativas al enfoque estructural- funcional de la teoría de integración:

- 1.- Definición de integral.
- 2.- Teorema de Newton - Leibnitz.
- 3.- Teorema sobre el cambio de variable en la integral.

Este proceso no lo mostraremos en la primera componente del sistema (definición de integral), pues las ideas que permiten dicho proceso de generalización descansan en el enfoque estructural - funcional del concepto general de integral desarrollado por la Dra. H. Hernández, al que ya hicimos referencia en la introducción, presentando sus respectivas componentes.

Aplicación del invariante a la variante de las Integrales Múltiples.

Se debe llevar a los estudiantes a generalizar el Teorema de Newton- Leibnitz que en esencia refiere que:

Siendo  $F(x)$  una primitiva de  $f(x)$  (la derivada de  $F(x)$  es  $f(x)$ ).

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Para ello se referirá que al pasar a la teoría bidimensional se produce un cambio cuantitativo que origina un cambio cualitativo, se produce una negación dialéctica, se vuelve sobre el mismo punto, pero sobre un nivel cualitativamente superior.

Se aprovecha la analogía con la derivación, en la cual la expresión  $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$  se determina calculando la derivada parcial respecto a  $y$ , y derivando con posterioridad respecto a  $x$  la expresión así obtenida. Esto conduce de forma natural al concepto de integral iterada de segundo orden (se integra primero respecto a una variable y después respecto a la restante), quedando sólo precisar los límites de integración en que se debe evaluar dicha integral iterada. Tomando una región de integración regular respecto a  $y$ :

$$R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / y_1(x) \leq y \leq y_2(x); a \leq x \leq b\}$$

Y teniendo en cuenta que los puntos  $a$  y  $b$  en que se evalúa la primitiva en el Teorema de Newton - Leibnitz, son los extremos de la región de integración o lo que es lo mismo, estos puntos constituyen la frontera de dicha región, resultaría natural evaluar la integral iterada en la frontera de la región de integración. Basado en la heurística anterior, que debe ser desarrollada a través del trabajo grupal estudiantil, en la que el docente jugaría el rol de facilitador, se obtiene el Método de cálculo de la integral doble para regiones regulares respecto a la variable  $y$ :

$$\iint_R f(x, y) dx dy = \int_a^b \left[ \int_{y_1(x)}^{y_2(x)} f(x, y) dy \right] dx$$

De forma análoga se obtiene la expresión equivalente para

regiones regulares con respecto a  $x$ .

Los métodos de cálculo de la integral triple son análogos a los descritos para la integral doble.

El teorema del cambio de variable (tercera componente del enfoque estructural funcional de la teoría de integración) debe ser generalizado aquí también, de la integral definida a la integración múltiple. El señalado teorema en el caso de la integral

definida en esencia refiere que:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(\varphi(u)) \frac{d\varphi}{du} du$$

Si pretendemos en la integral doble introducir el cambio de variable

$x = \varphi(u, v)$  y  $y = \psi(u, v)$  e inducir en este caso su expresión, debemos hallar

la forma del elemento matemático que generalice a  $\frac{d\varphi}{du}$ , siendo natural en este caso considerar como tal al módulo del siguiente jacobiano (determinante de la matriz jacobiana):

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$$

En consecuencia, el teorema sobre la transformación de coordenadas en la integral doble, en esencia nos aportaría la siguiente expresión:

$$\iint_R f(x, y) dx dy = \iint_{R(u, v)} |f(\varphi(u, v), \psi(u, v))| |J| du dv$$

Con la cual, con posterioridad el estudiantado podrá deducir la expresión de la integral al realizar cambio de coordenadas a polares, las que deben ser introducidas apoyados en preceptos geométricos. El tratamiento del cambio de variables en la integral triple es análogo al de la integral doble. Igualmente se aplica el invariante a las integrales de línea y de superficie.

Consideraciones dialécticas sobre la aplicación del enfoque estructural - funcional de la Teoría de integración.

Nuestra invariante presenta un enlace estructural - funcional, una vez obtenido el mismo y mostrado en la integral definida, el proceso transcurre a través de la aplicación de este tipo de enlace a las restantes variantes del sistema (integrales múltiples e integrales de línea y de superficie). Pero es necesario formalizar dicha invariante, al aplicar el último enfoque, se debe revelar cual es la contradicción dialéctica del objeto del Cálculo Integral, que será precisamente la que se establece entre la integración (integral indefinida) y la derivación (derivada ordinaria), la lógica entre estos procesos matemáticos contrarios es la que desencadena el desarrollo de toda la señalada teoría, ya que en todos los teoremas de la teoría de integración está presente la interacción de ambos conceptos, ellos son la fuente motriz del desarrollo de dicha teoría, y puede demostrarse también en que sentido ellos se excluyen y se presuponen, todo lo cual son las condiciones que debe cumplir la contradicción dialéctica. La célula de la Teoría de Integración lo constituye **la integral definida**, ella da la esencia de toda la teoría de integración pues el cálculo de cualquier tipo de integral (doble, triple, de línea y de superficie) se reduce al cálculo de una o varias

integrales definidas. Por otra parte, la integral definida posee todas las componentes del sistema discutidas más arriba (definición, Teorema de Newton Leibnitz, Cambio de variable), condición la cual debe cumplir la célula.

Este enfoque genético es de gran importancia pues revela la esencia de la teoría de integración.

## Conclusiones

1.- El enfoque estructural- funcional propuesto para el desarrollo de la teoría de integración, permite una mayor sistematicidad del proceso, contribuyendo con ello a una mayor formación de las habilidades declaradas en los programas ; por otra parte, al localizar los aspectos esenciales que el docente debe darle al estudiantado, conjugado con el hecho de que éstos apliquen los mismos en el proceso de derivación de la teoría y la conformación de las aplicaciones, abre espacios a la formación de la creatividad en los mismos.

2.- El enfoque propuesto contribuye a la formación de una mayor solidez de los conocimientos y habilidades a formar.

3.- El enfoque sistémico dialéctico propuesto establece una interrelación adecuada entre los procesos inductivos y deductivos, presentándose el invariante en el caso unidimensional, extendiéndose dicho modelo a las restantes variantes, por vía inductiva en una primera instancia en cuanto a su generalización, y con posterioridad por vía deductiva en cuanto a su aplicación a las variantes concretas.

## Bibliografía

1. Álvarez, C. M. Fundamentos teóricos de la dirección del proceso docente en la Escuela Superior Cubana. Ciudad de La Habana, Ministerio de Educación Superior, 1984.
2. Álvarez, C. M., M. Matute, R. García. La contradicción dialéctica como invariante en la estructuración del proceso docente - educativo. Santiago de Cuba, Revista de la Cátedra F. Gran, 1997.
3. Hernández, H. Perfeccionamiento de la enseñanza de la Matemática en la Educación Superior. Experiencia en el Algebra Lineal (Tesis de doctorado en Ciencias Pedagógicas). Ciudad de La Habana, 1989.
4. García, R. Silva, R y otros. Enfoque sistémico del [cálculo](#) integral para la [enseñanza](#) en carreras de [ingeniería](#).  
<http://www.monografias.com/trabajos6/ensix/ensix.shtml>

5. García, R. Concepción sistémico - dialéctica de la teoría de invariante.\_ p. 91- 99. \_ En Revista Cubana de Educación Superior. Vol. XVIII, No. 2, 1998.
6. García, R. La contradicción dialéctica del objeto de estudio tomada como invariante en la estructuración del proceso docente - educativo de la Matemática (en el ejemplo de la Matemática I de la Carrera de Metalurgia). (Tesis de doctorado en Ciencias Pedagógicas), Santiago de Cuba, 1998. (Inédita).
7. Reshetova, Z. A. y otros. Análisis sistémico aplicado a la Educación Superior (Selección de textos). Universidad Central de Las Villas, 1988.
8. Salmina, N. G. La actividad cognoscitiva de los alumnos y el modo de estructurar la asignatura. Ciudad de La Habana, CEPES, 1989.