

UNIVERSIDAD PEDAGÓGICA "Juan Marinello" de Matanzas.

TÍTULO: Apuntes sobre el surgimiento del concepto función en la historia.

AUTORAS: **Lic. Ada Lourdes Bacallao Hernández**¹.

Lic. Ruhadmi Boulet Martínez².

MSc. María de los A. Valdivia Sardiñas³.

Domicilio (Ada Lourdes): San Carlos #9904 e/ Embarcadero y Zargazaso.
Matanzas.Cuba.

Teléfono: 282415. e- mail: adalourdes @ispmtz.rimed.cu

RESUMEN:

El presente trabajo presenta una fundamentación acerca del concepto función en el transcurso de los siglos, los precedentes del mismo, la sucesión histórica del concepto a través de las diferentes personalidades académicas y científicas, que fueron introduciendo el concepto a partir de las necesidades históricas que se fueron sucediendo en el desarrollo de la humanidad.

INTRODUCCIÓN.

La investigación acerca de este tema surge por las dificultades que presentan los estudiantes de la enseñanza al analizar el comportamiento de una función, el estudiante ha demostrado en diferentes instrumentos evaluativos aplicados que es capaz de reproducir este contenido, pero no

¹ Profesora Asistente del Departamento de Ciencias Exactas. Fac. Enseñanza Media Superior de la Universidad Pedagógica "Juan Marinello" de Matanzas.

² Profesora Asistente del Departamento de Ciencias Exactas. Fac. Enseñanza Media Superior de la Universidad Pedagógica "Juan Marinello" de Matanzas

³ Profesora Auxiliar del Departamento de Ciencias Exactas. Fac. Enseñanza Media Superior de la Universidad Pedagógica "Juan Marinello" de Matanzas.

de resolver ejercicios de aplicación referentes al tema, como tampoco es capaz en su gran mayoría de resolver ejercicios creativos.

Por ello nos proponemos en este trabajo realizar algunas reflexiones acerca del concepto función, con una panorámica acerca del surgimiento de este concepto a través de la historia de la humanidad, las principales personalidades científicas que incursionaron en esta temática así como los diferentes criterios que sostuvieron en el decursar de los siglos.

Para ello se hizo un análisis bibliográfico de los aspectos referentes al concepto función, y el tratamiento que se le da al mismo en la escuela cubana actual, con vistas a alcanzar un acercamiento coherente con el mismo.

El resultado de esta investigación tiene un carácter esencialmente social y científico al proporcionar a los profesores en ejercicio una referencia histórica sobre el contenido de funciones que se imparten en el preuniversitario, que contribuya a que nuestros estudiantes desarrollen su pensamiento reflexivo, adquieran una concepción científica del mundo y tengan en cuenta la potencialidad de los contenidos matemáticos con respecto a su vinculación con la naturaleza y el contexto socio-cultural, la aplicación práctica de los contenidos de los programas de estudio vigentes. En este, sentido, nuestra ponencia contribuye a la apropiación del conocimiento, la formación integral y al desarrollo del pensamiento.

El desarrollo de la Ciencia, en particular de una ciencia tan abstracta como la Matemática, lo constituyen las exigencias de la realidad material. Partiendo de problemas geométricos, físicos, económicos, de la técnica y

otras ciencias particulares se crean las definiciones, proposiciones y teoremas con los que se da solución a dichos problemas. Aunque el desarrollo alcanzado por la Matemática ha propiciado que se construyan teorías aparentemente desligadas de la realidad material, generalmente llegan a encontrar su aplicabilidad en la resolución de algún problema de otras ciencias o de la vida cotidiana.

DESARROLLO

Antecedentes históricos del Concepto Función:

El perfeccionamiento del sistema educacional, ha sido una tarea de primer orden y así se refleja en el programa del Partido Comunista de Cuba, en el que se señala: “Se perfeccionarán vías y formas de enseñanza, de modo tal que propicien una mayor y más eficiente desarrollo de la actividad intelectual de los escolares, desde etapas tempranas, la estimulación del pensamiento creador, la participación activa en el desarrollo y control de los conocimientos, la mayor ejecución en el trabajo independiente y en el enfoque de los problemas que motive la investigación y la superación permanente”⁴

En las raíces y principios de la pedagogía cubana, están presentes el reclamo de una enseñanza que debe acercarse cada vez más a la vida y al medio en que se desarrolla el sujeto, para que sea cada vez más científica y

⁴ Congreso del Partido Comunista de Cuba.(3ro,1987,La Habana).Programa. La Habana: Editora Política.

objetiva, así lo destaca E. J. Varona en su artículo “La Reforma de la Enseñanza Superior” cuando señaló: “He pensado que a nuestros escolares convenía interrogar más a la naturaleza que oír al maestro. He pensado, hombres dedicados a enseñar cómo se aprende, cómo se consulta, cómo se investiga, hombres que provoquen y ayuden al trabajo del estudiante, no hombres que den recetas...”⁵Ante estos retos, la enseñanza de la matemática requiere cada día, estimular a un mayor nivel el desarrollo intelectual del estudiante, para lo que se requiere el empleo de tareas docentes y métodos de enseñanza que contribuyan a fomentar un pensamiento flexible, activo y reflexivo, consecuente con la vida y la profesión. Una vía para este propósito lo constituye lograr un aprendizaje desarrollador en las funciones matemáticas en el preuniversitario de manera que se relacionen la vida y el entorno del estudiante, por las potencialidades que brindan para contribuir a la formación de la concepción del mundo, a la estimulación de intereses cognoscitivos y a la formación de convicciones y valores.

La creación de definiciones como número, variable, término, dependencia funcional y funciones, entre otros, ha permitido estudiar complejos procesos que tienen lugar en la realidad objetiva.

“Las cantidades que intervienen en todo proceso, como regla, no varían independientemente unas de otras; con frecuencia tales cantidades se encuentran en una estrecha vinculación, de forma que cualquier variación de una, por pequeña que sea, implica una variación de la otra. Estas

⁵ Hierrezuelo, Nilda. 1989. La Enseñanza Problemática, una tendencia actual. Revista de Pedagogía Cubana.(Cuba)(3- 4)oct- dic.

cantidades que varían unas en dependencia de otras, en un cierto fenómeno o proceso, se dice que están en dependencia funcional⁶.

Son numerosos los procesos en que se ponen de manifiesto dependencias funcionales, desde la dependencia del espacio con respecto al tiempo en el movimiento rectilíneo uniforme, el crecimiento de una población de bacterias, el lanzamiento de un proyectil, hasta procesos tan complejos como las funciones del cerebro. Por ejemplo:

1. Al estudiar el movimiento del espacio recorrido se considera como una variable que cambia en dependencia del tiempo. De esta manera el espacio recorrido depende del tiempo
2. El área del círculo se expresa como el producto de un valor constante por la longitud del radio al cuadrado, para diferentes valores del radio el área tomará también valores diferentes, o sea la variación de una magnitud causa la variación de la otra, en este caso el área depende del radio.
3. La fuerza F necesaria para estirar un muelle de acero una longitud x respecto a su longitud normal, es proporcional a x , o sea que la fuerza es igual al producto de la constante del muelle, independiente de x (fórmula descubierta por Robert Hooke en el siglo XVII), se dice que expresa la fuerza en dependencia del alargamiento.
4. El volumen del cubo depende de la longitud de sus aristas, si sus aristas tienen longitud x , el volumen viene dado por la arista al cubo.

⁶Sánchez, Carlos: Análisis Matemático t-1. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1982

5. Consideremos el fenómeno de la caída de una partícula en el vacío, la distancia s recorrida por la partícula al cabo del tiempo t , viene dada aproximadamente por la mitad del producto de la aceleración de la gravedad por el tiempo al cuadrado, esta relación establece una correspondencia entre el espacio s recorrido por la partícula y el tiempo t , observemos que a cada instante de tiempo le corresponde un único valor de la distancia s .

“El concepto de dependencia funcional se expresó inicialmente a través de la representación en una tabla numérica de la variación de los parámetros que determinaban un lugar geométrico”.⁷

Para la Matemática, que en sus investigaciones busca relaciones y dependencias, las funciones ocupan un lugar de importancia suprema, partiendo del hecho de que el hombre en su accionar en la naturaleza logra solucionar diversos problemas con la ayuda de las mismas. Estas, sin duda alguna, posibilitan demostrar la relación “Matemática- realidad objetiva” y contribuyen a entender a esta ciencia como un medio eficaz para transformar dicha realidad.

La naturaleza del concepto de función es extremadamente compleja: “su desarrollo se ha hecho casi a la par del humano, es decir, encontramos vestigios del uso de correspondencias en la antigüedad, y actualmente se debate sobre la vigencia, en el ámbito de las matemáticas, del paradigma de la función como un objeto analítico. El concepto de función devino protagónico cuando se le concibió como una fórmula, es decir, hasta que se

⁷Sánchez, Carlos: Análisis Matemático t-1. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1982.

logró la integración entre dos dominios de representación: el Álgebra y la Geometría. La complejidad del concepto de función se refleja en las diversas concepciones y diversas representaciones con las que se enfrentan los estudiantes y profesores.”⁸

Las primeras señales de una noción bastante distante de la actual definición de función se encuentran en tablas de correspondencias confeccionadas a partir de la observación de fenómenos naturales. Descartes fue uno de los primeros en introducir elementos sobre el concepto de función.

Engels en este sentido escribió: “El comienzo de una nueva época en la Matemática estuvo marcado por la magnitud variable de Descartes. Sin esto no se hubiera hallado el movimiento y la dialéctica en la Matemática, ni se hubiera hallado enseguida, con necesidad, el cálculo diferencial o integral, que comenzó inmediatamente, siendo completado, en general, por Newton y Leibniz.”⁹ La introducción por parte de Descartes del concepto “cantidad variable” condujo a representar las dependencias funcionales a través de gráficos y fórmulas analíticas.

Fue Leibniz el primero que utilizó la palabra función. En un tratado de 1673 habla de la relación entre ordenadas y abscisas y “otros tipos de líneas en una figura dada realizan alguna función”¹⁰ Jean Bernoulli (1667-1748) utilizó como símbolo la letra griega σ , para representar una función

⁸ Cantoral, Ricardo y otros. Desarrollo del pensamiento matemático. Trillas.México.2000.

⁹ Wussing, H: Historia de la Matemática. MIR. Moscú, 1990.

¹⁰ Wussing, H: Historia de la Matemática. MIR. Moscú, 1990.

de una variable. En 1718, planteó una primera definición explícita del concepto de función.

Crear una teoría de funciones se convirtió en el siglo XVIII en el principal problema del Análisis infinitesimal. Euler, uno de los más grandes matemáticos de todas las épocas, escribió entonces que “todo el Análisis infinitesimal gira alrededor de las cantidades variables y sus funciones” ¹¹

Los aportes de L. Euler (1707- 1783) en esta dirección fueron significativos:

- Fue el primero que empleó los paréntesis y la letra f inicial de función.
- Ofreció una definición de variable.
- En el primer volumen de su "Introduction in analysis infinitorum" (1748) se puede encontrar una precisión hecha al concepto función de Bernoulli:
- Denotó las constantes con a, b, c; las variables con x, y, z e introdujo una clasificación de las funciones como algebraicas o trascendentes, explícitas o implícitas, uniformes o multiformes.
- En el segundo volumen hizo la distinción entre una curva "continua" y una "discontinua",
- Planteó otra definición de "función": "la relación entre Y y X, expresadas sobre el plano por una curva trazada a mano libre". (Lagrange siguió la idea expresada en la primera definición, en tanto que Fourier siguió la idea de la segunda definición).

¹¹ Sánchez, Carlos: Análisis Matemático. T- 1. Pueblo y Educación. Ciudad de la Habana. 1982.

- Formuló otra definición de función en el prefacio de su obra "Institutiones calculi differentialis", en 1755. En esta nueva definición de función destaca una relación arbitraria entre las cantidades variables de una dependencia cualquiera.
- Esta nueva definición no tardó en encontrar seguidores. Uno de los primeros sabios que la adoptó fue el matemático y político francés Condorcet. Su concepción fue expuesta en su conferencia sobre Cálculo integral de 1765. Él planteó una definición de función muy próxima a la contemporánea.

“Distinguió tres tipos de funciones:

- funciones cuya forma es dada,
- funciones que no son determinadas más que por una ecuación entre F y las cantidades donde ella es función,
- funciones que no son dadas más que en ciertas condiciones, como por ejemplo, los radios vectores de los planetas que son funciones del tiempo, de las masas, etc...”¹²J. L. Lagrange (1736,1813) no tenía ideas totalmente divergentes de las de Euler sobre la concepción de función, lo que se puede observar en la definición que planteó en su obra "Teoría de funciones analíticas..."

“Las condiciones excepcionalmente desfavorables en los cuales vivió y trabajó Bolzano fueron la causa de que casi todos sus trabajos vieron la luz sólo después de su muerte.”¹³ Si sus trabajos se hubieran publicado cuando

¹² Nápoles, J.E: De las Cavernas a los Fractales. Holguín, 1996.

¹³ Ribnikov, Konstantín: Historia de la Matemática. MIR. Moscú.1987.

los escribió se hubiera acelerado el curso de los acontecimientos relacionados con las funciones y la fundamentación del Análisis Matemático. “En el transcurso de un largo período (todo el siglo XVIII y comienzos del siglo XIX) el concepto de función se continuó asociando al de fórmula analítica..

J. B. Fourier (1768- 1830) en su obra “Termología”, de 1822, dejó claro que debía plantearse la dependencia recíproca de las magnitudes como principio de la definición del concepto función. Lobachevski en 1834, señaló definitivamente el camino hacia la definición moderna de función. En la definición del concepto de función de B. Riemann (1826- 1866), planteada en 1851, se aprecia la concepción de correspondencia. Weierstrass da la definición de función, anteponiendo reservas sobre su gran generalidad y no atribuye la paternidad de la definición únicamente a Dirichlet, sino también a Fourier y a Cauchy. Weierstrass, en "Capítulos seleccionados de la teoría de funciones", considera la idea de función como una relación aritmética entre dos variables, da la definición de función como correspondencia entre los elementos y llega a la conclusión de que mientras esta correspondencia es continua, esas dos nociones son las mismas.

K. Weierstrass es el matemático que dio a la definición de función un aspecto conjuntivista.

En la misma época, Frechet, Eliakin, Hasting Moore trabajaban en el concepto actual de función. Frechet en 1904 generalizó la definición de función. Así, la concepción actual de función se formuló entre los años 1904 y 1909.

Peano formuló en 1911 la definición de la función como subconjunto del producto cartesiano, así como ciertas propiedades, utilizando las investigaciones sobre la teoría de las funciones y las de lógica matemática.

En la época moderna un problema cardinal ha estado relacionado con el hecho de que los matemáticos han seleccionado sus definiciones en dependencia de las teorías que han querido desarrollar: Caratheodory definió la función como una correspondencia de un conjunto sobre el conjunto de los números reales, en 1917.

Bourbaki planteó la definición de función como un cierto conjunto del producto cartesiano de dos conjuntos, en 1939. La importancia intrínseca de esta evolución del concepto de función, es que ella reformuló los principios del Análisis. “Particularmente, considerando la función como una correspondencia”.

En la primera década del siglo XX, la definición de Dirichlet- Bourbaki se asentó en los libros de texto y en los años 60 se presentaban básicamente tres tipos de definición de función:

- funciones definidas en términos de variables,
- funciones definidas en términos de conjuntos,
- funciones definidas en términos de una regla de correspondencia.

También se presentaron funciones definidas en términos de INPUT-OUTPUT, vinculadas con el desarrollo de la Informática.

Lo expuesto anteriormente contribuye a reafirmar el planteamiento sobre la dependencia del surgimiento y desarrollo de las funciones de las necesidades de la práctica y los notables esfuerzos de innumerables

matemáticos hasta arribar a la definición que se utiliza en la actualidad, que necesariamente continuará evolucionando según lo exijan las condiciones que impongan los avances de la ciencia y la técnica a las nuevas generaciones.

De esta manera han quedado resaltados los elementos básicos que dieron origen al tratamiento metodológico del concepto de función que se realiza actualmente, que fundamentan además la estructuración de la línea directriz “Correspondencia, transformación, función”, la elaboración de una primera definición explícita del concepto de función, para lo que fue necesario un largo camino que comenzó con la observación de fenómenos naturales a partir de los cuales se confeccionaron tablas de correspondencias, la representación de trayectorias de los astros que propició la representación gráfica, la introducción del concepto de magnitud variable que permitió la representación de dependencias funcionales a través de gráficos y fórmulas analíticas y se completó con el análisis de relaciones entre ordenadas y abscisas y la utilización de una simbología.

Un objetivo esencial de esta línea directriz es el desarrollo del pensamiento funcional matemático de los estudiantes a lo que contribuye, indudablemente, el debate del decursar histórico del surgimiento del concepto de función a partir de las necesidades de la realidad objetiva, las contradicciones entre los científicos, los avances y retrocesos en la estructuración de la teoría y el regreso a la realidad objetiva para solucionar los problemas que le dieron origen.

El mundo en que vivimos, debido al desarrollo actual, utiliza la tecnología más avanzada para el análisis de las relaciones de todo tipo al igual que interpreta, valora, y predice los fenómenos que en él se manifiestan o se pueden manifestar a través de modelos matemáticos que se pueden describir con funciones.

La interpretación correcta de expresiones tan simples y cotidianas como: crecimiento o decrecimiento lineal, salto exponencial de la economía, procesos continuos o discontinuos; optimizar el área de siembra, lleva consigo el dominio por parte del hombre común actual de la teoría de funciones y sus aplicaciones. En la escuela cubana se introduce el concepto de función en noveno grado como una correspondencia unívoca entre dos conjuntos, se define función lineal y a continuación en décimo grado función cuadrática, exponencial, logarítmica y otras hasta las funciones trigonométricas. El trabajo de preparación de este concepto en la escuela requiere de una gran dedicación en un período largo que comienza desde los primeros años de edad del niño, pasando por toda la enseñanza primaria, hasta llegar a formularlo en la Secundaria Básica, como correspondencia entre conjuntos, en el preuniversitario como conjunto de pares ordenados y concluir su fijación con el estudio de la diferenciación e integración de funciones, ecuaciones diferenciales y otros contenidos en los que éstas encuentran importantes aplicaciones.

Las transformaciones llevadas a cabo en la Secundaria Básica exigen la presentación y tratamiento de este contenido a partir de problemas prácticos de carácter político- ideológico, económico- laboral y científico-

ambiental y no sólo desde la propia lógica de la asignatura. Todo este trabajo debe conducir al desarrollo del pensamiento funcional matemático de los estudiantes, por lo que se impone la preparación de los futuros profesores para trabajar en esta dirección. De hay la importancia de la necesidad de conocer la evolución del concepto función para los futuros profesores.

Una condición esencial para la interpretación del concepto función debe ser la implementación de un proceso de enseñanza- aprendizaje desarrollador. La utilización de mapas conceptuales resulta muy beneficiosa en el estudio de las funciones, por el predominio de conceptos y la estrecha relación existente entre ellos.

Teniendo en cuenta que la utilización de nuevas tecnologías informáticas favorece la simulación de fenómenos de la realidad, ayudan y motivan a un trabajo más creativo en el aula al utilizarlas para formular conjeturas, buscar soluciones, explorar patrones, y permiten, junto con los medios educativos tradicionales mejorar el aprendizaje, que la incorporación de elementos visuales al enfrentar problemas propicia que se vea a las funciones no sólo como un objeto, sino que además permite transitar entre los contextos algebraico, geométrico, numérico y verbal, es posible dar cumplimiento a las nuevas exigencias de los programas y contribuir de una manera más eficiente al desarrollo del pensamiento funcional matemático.

Todas estas consideraciones avalan la necesidad de lograr un proceso de enseñanza aprendizaje desarrollador en la comprensión del concepto función en la escuela cubana actual, lo que implica una comunicación y

actividad intencionales, cuyo accionar didáctico genera estrategias de aprendizajes para el desarrollo de una personalidad integral y autodeterminada del educando, en los marcos de la escuela como institución social transmisora de la cultura. Las formas de organización para el Proceso de Enseñanza Aprendizaje desarrollador recomiendan que éstas deben ser: “flexibles, dinámicas, significativas, atractivas, que garanticen la implicación del estudiante y que fomenten el trabajo independiente en estrecha relación con el grupal, entre otros aspectos significativos.” Desde el punto de vista didáctico, “la consideración del grupo de especialistas que tratan el aprendizaje desarrollador, supone una visión diferente y cualitativamente superior del diseño de las tareas de aprendizaje, pues no se trata ya de la limitada relación dicotómica entre la atención a todos los alumnos del grupo y la atención diferenciada a cada miembro del mismo. Se trata de utilizar este espacio grupal como un componente del proceso que debe ser tenido en cuenta en su diseño y ejecución, como una herramienta para la atención a la diversidad. Este principio pedagógico se constituye en eje estructurador de la organización del proceso.”¹⁴

CONCLUSIONES:

El inicio del siglo XXI está marcado por un vertiginoso desarrollo científico y tecnológico y su influencia directa en la producción, la vida de las personas, el planeta y la situación del mundo. La formación de una cultura científica y tecnológica para todos, constituye hoy una ineludible

¹⁴ Castellanos Simons, Dra. Doris y otros. “Hacia una Concepción del Aprendizaje Desarrollador”.ISP Enrique José Varona. La Habana. Cuba. 2001. (Formato Digital).

necesidad para insertarse de forma activa en la sociedad contemporánea. Nuestro país está inmerso en una revolución educacional sin precedentes, con la suprema aspiración de alcanzar una cultura general integral para todos los sectores de la población. En este sentido la educación científica y, en particular la asignatura Matemática, debe enfrentar el reto de la formación científica y tecnológica de la población en correspondencia con el actual contexto nacional e internacional.

El aprendizaje transcurre en la actividad del educando, cuando despliega todas sus potencialidades en las actividades intelectuales que conducen al sujeto a apropiarse de las nuevas ideas y actitudes o para transformar su estructura de pensamiento y actuación sobre algún tema, en el cual ya tenía puntos de vistas y conocimientos previos.

Es imprescindible unificar los esfuerzos de los educadores en torno al uso y creación de aquellos métodos y procedimientos más generales, más productivos, que complementen los diferentes métodos conscientes, del desarrollo de su pensamiento, de su imaginación, la formación de valores y de su creatividad.

Analizando las potencialidades del concepto función, para las diferentes situaciones de la vida práctica del estudiantes, es que consideramos que dadas las transformaciones del preuniversitario, y la necesidad de la formación de las nuevas generaciones en la vorágine de los nuevos descubrimientos científicos, el estudiante en formación debe conocer de manera coherente la trascendencia histórica del concepto función y la

utilidad del mismo en la interpretación del mundo y los fenómenos actuales.