

TEMA: ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

**TÍTULO: “LOS PROCEDIMIENTOS HEURÍSTICOS EN LA ENSEÑANZA DE LA
MATEMÁTICA”**

AUTORA: Lic. Marilú Jorge Martín

Datos personales:

Domicilio: Autopista a Varadrero # 24 e/ 1ra y 3ra. Boca de Camarioca. Varadero.
Matanzas, Cuba.

Teléfono: 617703

E-mail: marilu.jorge@umcc.cu

UNIVERSIDAD DE MATANZAS “CAMILO CIENFUEGOS”, CUBA

JUNIO, 2007

Resumen

Los que se dedican a la enseñanza, en particular, a la enseñanza de la Matemática, tienen la obligación de proporcionar a los educandos las técnicas del pensar durante el proceso de solución de problemas, de forma tal que los prepare para enfrentar disímiles tareas que en su vida se presentan.

El objetivo de esta comunicación es efectuar un acercamiento hacia la instrucción heurística en las clases de Matemática, mostrando cómo los procedimientos heurísticos son importantes para la formación de conceptos. La intención del artículo es presentar algunos ejemplos elaborados por la autora y especialistas del tema acerca de cómo pueden ser aplicados los procedimientos y medios auxiliares heurísticos en las clases de Matemática.

Introducción:

La preocupación por el desarrollo del pensamiento de los alumnos desde los primeros grados tiene dimensiones y raíces históricas que hoy se hacen más profundas. De ahí que, enseñar a pensar sea una de las principales directrices de la escuela cubana actual.

La enseñanza de la Matemática en nuestro país cada vez se perfecciona más y muchos son los profesores que desarrollan sus clases siguiendo el **método heurístico**, que bien pudiera caracterizarse *“como el método mediante el cual la actividad del profesor consiste en conducir al alumno a hallar por sí mismo el conocimiento que se desea que adquiera; el papel del maestro en este método es estimular al alumno al pensamiento reflexivo, guiarlo para que indague e investigue, para que llegue a conclusiones”*. (Torres, 1986, p.115)

Una prioridad que tiene la enseñanza de la Matemática, es la de contribuir a la formación y desarrollo del pensamiento lógico en nuestros estudiantes; de

ahí que se trabaje en tres direcciones fundamentales, que son: desarrollo del pensamiento lógico, resolución de problemas y vinculación con la vida; de forma tal que permita a los alumnos, no solo poder enfrentarse a la solución de problemas matemáticos, sino también, la de pensar de forma correcta ante la solución de cualquier tipo de problema que en la vida cotidiana enfrentan.

En la actualidad, se reconoce a la Instrucción Heurística como una de las más importantes tendencias relacionadas con el desarrollo del pensamiento. En esta comunicación se muestra de forma breve cómo podemos utilizar la **Heurística** como método para la enseñanza de los procedimientos lógicos del pensamiento, en particular, mostramos algunos ejemplos del uso de los elementos heurísticos en las clases de Matemática.

Desarrollo:

Los autores consultados clasifican los **elementos heurísticos** en dos categorías: **procedimientos heurísticos y medios auxiliares heurísticos.**

Según H. Müller los **procedimientos heurísticos** son formas de trabajo y de pensamientos que apoyan la realización consciente de actividades mentales exigentes. La introducción de estos procedimientos en la clase y su aplicación por parte de los alumnos propicia la asimilación de los conocimientos, su capacidad para resolver problemas para los cuales no existen procedimientos algorítmicos y el desarrollo del pensamiento creador.

Los **procedimientos heurísticos** pueden dividirse en:

1. Principios heurísticos
2. Reglas heurísticas
3. Estrategias heurísticas

Los principios heurísticos: Son de gran utilidad para la búsqueda de nuevos conocimientos y para su fundamentación, también sugieren ideas para la solución de diferentes problemas. Los más utilizados son:

1. La analogía.
2. La generalización.
3. Principio de la movilidad.
4. Consideración de casos especiales o casos límites.
5. Inducción incompleta.
6. Medir y probar.
7. Reducción a problemas ya resueltos.

Las reglas heurísticas: Representan impulsos que provoca el profesor en los estudiantes mediante observaciones, preguntas y recomendaciones, que ayudan a éstos a orientarse en la búsqueda de la solución del problema.

Las estrategias heurísticas: Son los sentidos de orientación que pueden seguirse en el razonamiento para conectar los datos con la solución durante el proceso de resolución de un problema.

- Las más usadas son:
1. El trabajo hacia adelante o método sintético.
 2. El trabajo hacia atrás o método analítico.

Hasta aquí un breve resumen sobre los **procedimientos heurísticos** según el parecer de los autores consultados.

Los principios Heurísticos.

A continuación mostramos algunos ejemplos de cómo es posible aplicar los **principios heurísticos** en las clases de Matemática.

1. Medir y probar.

Este proceder inductivo se emplea también en la búsqueda de suposiciones. Aparece muy frecuentemente asociado al principio de movilidad. O sea, se mide y prueba, o se mide y compara, después de haber ejecutado variaciones mediante la movilidad.

- Como motivación para la clase de los problemas de optimización de funciones de una variable real, podemos entregarles a 6 estudiantes del grupo un cordel de 60 cms y plantear la siguiente situación:
 - a) Formar un rectángulo con el cordel.
 - b) Calcular el área de la superficie plana que limita dicho cordel.
 - c) Llevar a la próxima clase el resultado obtenido por cada uno.

Después de mostrarse el resultado obtenido por cada alumno, destacaremos que las áreas no son iguales, y la pregunta que lanzamos al grupo es: *¿qué longitud deberá tener cada lado del rectángulo para que el área sea máxima?* Con esto motivamos la clase e introducimos el nuevo contenido.

2. Movilidad. Consiste en suponer que, en figuras o cuerpos geométricos, un elemento es movable y, a partir de ello, analizar los cambios que se producen, con el objetivo de encontrar relaciones y formular las suposiciones correspondientes. Veamos:

Ejemplo 1.

Para obtener suposiciones sobre las relaciones entre ángulos en la circunferencia se mueven los vértices de ángulos inscritos. Por ejemplo, para llegar al resultado: “los ángulos inscritos sobre una misma cuerda son iguales”, se traza una circunferencia y una cuerda \overline{AB} , se sitúan dos puntos C y D de la circunferencia, se trazan los segmentos $\overline{AC}, \overline{CB}, \overline{AD}, \overline{DB}$ y se mide la amplitud de los ángulos ACB y ADB. Más tarde se mueven los puntos C y D por la circunferencia y se miden las amplitudes de los ángulos que se forman.

3. Consideración de casos especiales o casos límites.

Es útil para establecer relaciones entre los conocimientos nuevos y los ya adquiridos, y permite también, a partir de dichas consideraciones, llegar a obtener nuevos conocimientos. Veamos: Una de las reglas de derivación, plantea que si f y g son funciones derivables en x , entonces $(f(x).g(x))' = f'(x).g(x) + f(x).g'(x)$. Una vez que el estudiante conoce la regla, se le puede preguntar: ¿qué resultado se obtendrá si $f(x) = c$ donde c es una constante? Indudablemente el alumno llega

a: $(c.g(x))' = c.g'(x)$.

4. Generalización

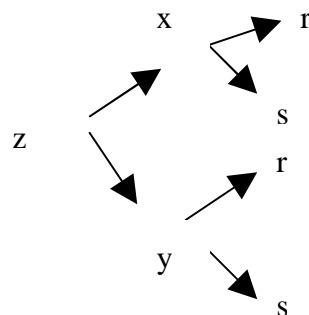
Permite obtener suposiciones para un conjunto de objetos, fenómenos o relaciones, a partir del análisis de un caso especial o particular. (Como se procede de forma inductiva, habrá que demostrar la validez de las suposiciones así obtenidas, al igual que en el caso del resto de los principios heurísticos). En el tema de la derivación de funciones de varias variables, después de definir función compuesta de varias variables se impone la pregunta: ¿se podrá aplicar la regla de la cadena ya conocida? La respuesta es afirmativa. A través de un ejemplo podemos generalizar la regla de la cadena auxiliándonos de un esquema que relaciona la dependencia entre las variables (el llamado árbol de dependencia). Veamos:

El estudiante sabe que si $y=f(u)$ con $u=g(x)$ esquema $y \rightarrow u \rightarrow x$

Entonces: $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$ Luego para las funciones de varias variables:

Si $z=f(x,y)$ con $x=g(r,s)$
 $y=h(r,s)$

Se cumple: $\frac{dz}{dr} = \frac{dz}{dx} \frac{dx}{dr} + \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dr}$



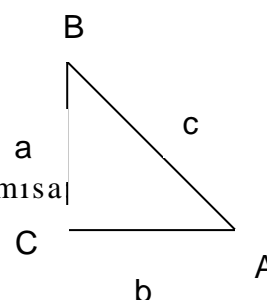
Las estrategias heurísticas. Se les llama también estrategias de búsqueda, pues constituyen el método principal para buscar los medios matemáticos concretos que se necesitan para resolver un problema y para buscar la idea fundamental de solución. Su aplicación es razonable solamente en ejercicios para los cuales no se conoce un procedimiento algorítmico. Existen dos estrategias heurísticas que pueden ser aplicadas a cualquier tipo de ejercicio, ellas son: el trabajo hacia adelante o método sintético y el trabajo hacia atrás o análisis creciente. Veamos un ejemplo de cómo utilizar esta estrategia heurística de trabajo hacia atrás.

Teorema: En todo triángulo rectángulo se cumple que: $\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$

Demostración:

Si partimos de que es verdadera la tesis podemos transformarla y establecer relaciones con la premisa

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1 \quad 0^\circ < \alpha < 90^\circ$$



Como en todo triángulo rectángulo se cumple que:

$$\text{sen} \alpha = \frac{a}{c} \quad \text{y} \quad \text{cos} \alpha = \frac{b}{c} \quad \text{podemos plantear: } \text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = 1 \quad \text{si multiplicamos por } c^2:$$

$a^2 + b^2 = c^2$ Hemos llegado al Teorema de Pitágoras, relación que se cumple para todo triángulo rectángulo. Por lo que queda demostrado el teorema.

Conclusiones:

"Aprender a pensar es una necesidad de los estudiantes, enseñarlos a pensar es tarea de los maestros". (Rita Concepción, 1995)

En esta comunicación hemos mostrado cómo es posible utilizar los procedimientos heurísticos en la formación de varios conceptos; estos pueden ser utilizados en cualquier situación típica de la enseñanza de la Matemática presente en cualquier forma organizativa docente de cualquier asignatura en los diferentes niveles de enseñanza.

Los profesores que imparten sus clases aplicando el método heurístico logran en sus estudiantes independencia cognoscitiva, comportamiento como sujetos creativos, audacia, flexibilidad, originalidad, así como capacidades para la autoevaluación, espíritu crítico y en general son más activos y persistentes.

Bibliografía

1. ALMEIDA, B. Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática. Bernardino Almeida, José M. González, Silvia Hernández. La Habana: ISP "Enrique J. Varona"; 1990. - - 29p. Material Mimeografiado.
2. Hernández, R. Las funciones didácticas y los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática. Dr. Reinaldo Hernández. Universidad de Matanzas; octubre de 2004. - -49p. Texto de la asignatura Didáctica de la Pasantía "Enfoques y perspectivas de la Educación Matemática para los niveles medio y básico".
3. Matemática 10mo grado/ Luis Campistrous ... [*et.al*]. La Habana. Edit. Pueblo y Educación, 1989. 353 p. (parte II)

ANEXO

CURRICULUM PROFESIONAL

Graduada de Profesora de la Enseñanza General Media, en la especialidad de Matemática.

Universidad Pedagógica "Juan Marinello". Matanzas. Cuba, 1981.

Graduada en Licenciatura en Educación. Especialidad Matemática.
Universidad Pedagógica “Juan Marinello”. Matanzas. Cuba, 1983.

Ha cursado varios estudios de postgrado en varias universidades del país, tiene una experiencia profesional de 23 años en la educación superior en Cuba, impartiendo asignaturas de la Disciplina Matemática incluyendo el Álgebra Lineal. Ha participado en varios Talleres, Jornadas Científicas y Eventos Nacionales e Internacionales, celebrados dentro del país como ponente de trabajos relacionados con la enseñanza de la Matemática.

Ha realizado diferentes investigaciones, entre ellas:

- Elaboración de un grupo de ejercicios sobre diferentes temas de la enseñanza de la Matemática de nivel medio, para la producción de un software. Universidad de Matanzas, (2001 – 2002).
- Grupo investigativo de desarrollo de problemas. ISPJM, 1997.
- Recomendaciones Metodológicas para la enseñanza de la Geometría Analítica en octavo grado. ISPJM, (1990- 1995).
- Actualmente trabaja en una nueva caracterización de la integral doble como parte de su tesis doctoral.

Ha publicado diversos artículos sobre la enseñanza de la Matemática en memorias de eventos y revistas. Puede brindar asesoramiento en la formación de profesores de Matemática., en la atención de la enseñanza de la Matemática en los niveles medios y medio superior, en la impartición de cursos de postgrados y actividades metodológicas relacionados con la enseñanza de la Matemática y en la preparación de los estudiantes para el ingreso a la Educación Superior.